Da C tracciamo l'altezza relativa all'ipotenusa e troviamo su AB il punto H.
Il triangolo HBC è rettangolo. Poiché l'angolo $H\hat{B}C$ è di 30°, sappiamo che l'altezza CH è pari a $CH = CB \cdot \sin 30° = CB \cdot \frac{1}{2}$ e che HB è pari a $HB = CB \cdot \cos 30° = CB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
Poiché il triangolo AHC è rettangolo e ha un angolo di 45°, è anche isoscele, e $AH = HC$
Quindi AB, che è pari a $AB = AH + HB = HC + HB$
e l'ipotenusa di AHC, $AC = AH \cdot \sqrt{2}$
Scriviamo quindi tutti i segmenti in funzione di

$CB = x \Rightarrow$ $\quad AB = CH + HB = \frac{x}{2} + x\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{2}(\sqrt{3}+1)$

$HB = x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$CH = \frac{x}{2} = AH$

$AC = AH \cdot \sqrt{2} = x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

Sostituiamo nell'equazione data dal problema:

$$\left(\frac{x}{2}(\sqrt{3}+1)\right)^2 + x^2 = 128 + 32\sqrt{3}$$

$$\frac{x^2}{4}(3 + 2\sqrt{3} + 1) + x^2 = 128 + 32\sqrt{3}$$

$$x^2\left[\frac{1}{4}(4 + 2\sqrt{3}) + 1\right] = 128 + 32\sqrt{3}$$

$$x^2 = \frac{128 + 32\sqrt{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1} = \frac{32(4+\sqrt{3})}{2 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{32(4+\sqrt{3})}{\frac{4+\sqrt{3}}{2}} = \frac{32\cancel{(4+\sqrt{3})} \cdot 2}{\cancel{4+\sqrt{3}}}$$

cioè $x^2 = 64$ $x = 8$ (una distanza è sempre positiva) $x = CB = 8$

$HB = x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$AB = 4(\sqrt{3} + 1)$

$CH = \frac{x}{2} = 4 = AH$

$AC = x\frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

Il perimetro è $AB + BC + CA = 4(\sqrt{3}+1) + 8 + 4\sqrt{2}$ e mettendo in evidenza 4, $P = 4(\sqrt{3} + 1 + 2 + \sqrt{2}) =$

$= 4(3 + \sqrt{3} + \sqrt{2})$